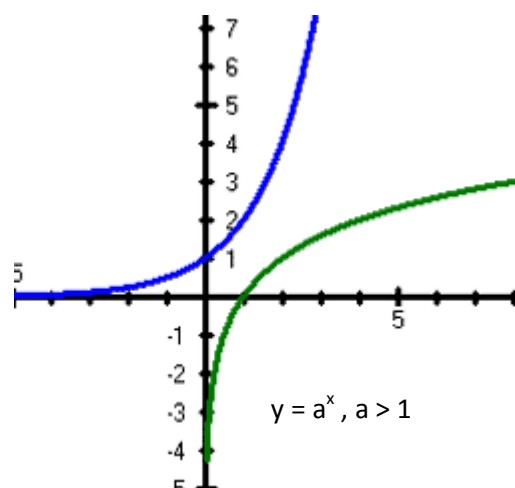


Logaritmická funkce je **matematická funkce**, která je **inverzní** k **exponenciální funkci**.

Logaritmus kladného **reálného čísla** x při základu a ($a \in \mathbf{R}^+ - \{1\}$) je takové reálné číslo

$$y = \log_a x, \text{ pro které platí } a^y = x.$$

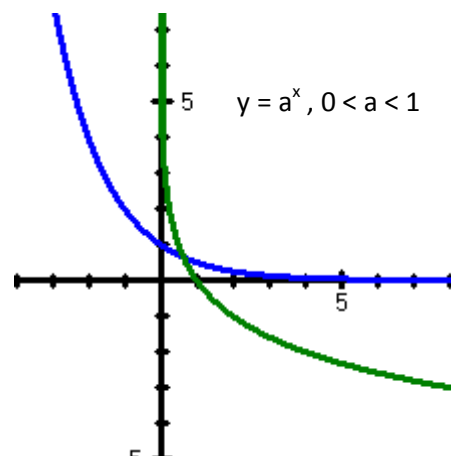
V tomto vztahu se číslo a označuje jako **základ logaritmu** (*báze*), logaritmované číslo x se někdy označuje jako **numerus**, y (exponent) je pak logaritmem čísla x při základu a .



modrá křivka – graf
exponenciální funkce

zelená křivka – graf
příslušné logaritmické
funkce – **logaritmická
křivka**

obě křivky jsou souměrné
podle osy 1. a 3. kvadrantu
 $y=x$



Definiční obor: $(0, +\infty)$

Obor hodnot: $\mathbf{R}$

Příklady:

Nakreslete grafy logaritmických funkcí:

- $y = \log_a x$ $a > 1$
- $y = \log_a x$ $0 < a < 1$

Vlastnosti logaritmů

$$\log_a 1 = 0 \quad \log_a a = 1 \quad \log_a a^x = x \quad a^{\log_a x} = x$$

$$\log_x(a \cdot b) = \log_x a + \log_x b \quad \dots \text{logaritmus součinu se rovná součtu logaritmů}$$

$$\log_x\left(\frac{a}{b}\right) = \log_x a - \log_x b \quad \dots \text{logaritmus podílu se rovná rozdílu logaritmů}$$

$$\log_x a^b = b \cdot \log_x a \quad \log_a x = \log_a y \rightarrow x = y$$

Převody mezi logaritmy: $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$

$$a = a^{\frac{\log_a b}{\log_a b}} = (a^{\log_a b})^{\frac{1}{\log_a b}} = b^{\frac{1}{\log_a b}}$$

$$\log_b x = \log_b(y^{\log_y x}) = \log_y x \log_b y$$

$$\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$$

$$a^x = b^{\frac{x}{\log_a b}} = b^{x \log_b a}$$

Příklady:

1. Načrtněte graf

- a. $y = \log_3 x$
- b. $y = \log_3 x - 1$
- c. $y = \log_3(x - 1)$

2. Určete definiční obor funkce

- a. $y = \log_a(x + 1)$
- b. $y = \log_a 2x$
- c. $y = \log_a(-x)$
- d. $y = \log_a \frac{x}{2} + \frac{1}{x}$
- e. $y = \log_2(x - \frac{3}{4})$
- f. $y = \log_5 \frac{-3}{x-3}$
- g. $y = \log \sqrt{\frac{x+1}{x}}$
- h. $y = \sqrt{\log \frac{x-6}{2}}$
- i. $y = \ln \frac{1-x}{2x+3}$
- j. $y = \frac{1}{\log x - 1}$
- k. $y = \frac{\sqrt{\log(2x-3)}}{2\log x + 2}$

3. Vypočtěte hodnoty x, y, a, je-li dáno

- a. $\log_{\frac{3}{4}} x = -2$
- b. $\log_2 \sqrt[7]{\frac{1}{32}} = y$
- c. $\log_a \frac{1}{625} = 4$

4. Určete neznámé hodnoty x, y, a podle definice logaritmu.

- a. $\log_5 x = 2$
- b. $\log_{\frac{1}{3}} x = -4$
- c. $\log_{36} x = -\frac{1}{2}$
- d. $\log x = -3$
- e. $\log_8 x = \frac{1}{3}$
- f. $\log x = 1$
- g. $\log_7 x = \frac{1}{2}$
- h. $\log_9 81 = y$
- i. $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8} = y$
- j. $\log_7(-49) = y$
- k. $\log_{11} \sqrt{11} = y$
- l. $\log_{\frac{1}{5}} 1 = y$
- m. $\log_a 3 = 1$
- n. $\log_a \frac{1}{25} = -2$
- o. $\log_a \sqrt{6} = \frac{1}{2}$

p. $\log_a \frac{3}{4} = -1$

q. $\log_a \frac{1}{16} = 4$

r. $\log_7 \sqrt[3]{49} = y$

s. $\log_a \sqrt{5} = \frac{1}{2}$

5. Logaritmujte daný výraz (předpokládáme přípustné hodnoty proměnných)

- a. $\frac{3,24a}{b}$
- b. πp^3
- c. $3xy^{-2}$
- d. $\frac{6p}{qs}$
- e. $m^4 \sqrt[n+1]{}$
- f. $\frac{a^3 \sqrt{b}}{c^3 \sqrt[3]{d}}$
- g. $\frac{\sqrt[7]{xy^5}}{2p^4}$

6. Odlogaritmujte dané výrazy (předpokládáme přípustné hodnoty proměnných)

- a. $\log 0,17 + \log x - \log y$
- b. $\log 2 - 2 \log r + \log \pi$
- c. $\frac{1}{3} \log a - 2 \log(b + 1)$
- d. $3 \log m - \log n - \log p$
- e. $\frac{3}{4} \log c - \frac{1}{2} \log d - 5 \log a$
- f. $4 \log(x - 5) + 2$
- g. $3 \log x - 1 - \log(2x + 1)$
- h. $4 + \frac{3}{7} \log_{\frac{1}{3}}(x + m)$
- i. $6 \log_4(4 - x) - 3 - \log_4 x$

7. Vyřešte logaritmické rovnice

- a. $3 \log x + \log(x - 10) - \log x^2 = 4 \log x - 2 - \log x^3$
- b. $2 \log_3(x - 1) = \frac{\log_3 x^6 - \log_3 x^2}{2}$
- c. $\log(4x + 8) = 2$
- d. $\frac{1}{7} \log_2(3y - 5) = 0$
- e. $\log_6 z - 1 = \log_6(z - 1)$
- f. $\log x + \log(x + 1) = \log 2x$
- g. $\log(x - 7) - \log(1 - x) + 1 = \log 2$
- h. $\log x^{\log x} + \log \frac{1000}{x^4} = 0$ (sub)
- i. $\log_2^2 x - \log_2 x - 2 = 0$
- j. $6^{3x-2} = 5^{x+1}$ (log)
- k. $10^x = 7^x$